

Wiederholungsklausur: Modul "Mathematisch speziell - Analysis II"

SS 2006
11.10.2006

Grieser

Zeit: 120 Minuten

1. Aufgabe

Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen

a) $y''' + 3y'' - 4y = e^{-t}$

b) $y'' - 4y' + 4y = e^{2t}$.

2. Aufgabe

Lösen Sie die Anfangswertproblem und finden Sie das maximale Definitionsintervall der Lösung.

a) $(1 + 2t^2)y' + t = 4ty, y(0) = 1$

b) $1 + ty' \sin y = 0, y(1) = \frac{\pi}{2}$.

3. Aufgabe

Finden Sie ein reelles Fundamentalsystem für das System von Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}x' &= 2x + 2y \\y' &= -2x + 2y.\end{aligned}$$

Finden Sie die Lösung mit $x(0) = 1, y(0) = 0$ und skizzieren Sie deren Orbit.

4. Aufgabe

Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - 2y^3 = 0 \tag{*}$$

a) Zeigen Sie: Ist y eine Lösung von (*), so ist die Funktion

$$E(t) := [y'(t)]^2 - [y(t)]^4$$

konstant. (Hinweis: Berechnen Sie $\frac{dE}{dt}$.)

b) Zeigen Sie: Ist $E(t)$ konstant und $y'(t) \neq 0 \forall t$, so ist y eine Lösung von (*).

c) Bestimmen Sie eine nicht-triviale Lösung von (*) (d. h. y ist nicht konstant gleich 0), indem Sie zunächst ein y mit $(y')^2 - y^4 = 0$ finden.